KORELACIJA PERIODIČNIH SIGNALA

U opštoj harmonijskoj analizi periodičnih signala poseban značaj ima pojam ***korelacije*** koja povezuje dva periodična signala.

Neka su signali opisani funkcijama $f_1(t)$ i $f_2(t)$ koje imaju istu periodu $T=2\pi/\omega_0$. Fourrierove transformacije ovih funkcija su:

$$F_{n1}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t)e^{-jn\omega_0 t}dt$$

$$F_{n2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_2(t)e^{-jn\omega_0 t}dt, \qquad n=0,\pm1,\pm2,\ldots$$

Njihova korelacija se definiše na sledeći način:

$$R_{12}(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t)f_2(t+\tau)dt, \qquad -\infty<\tau<\infty$$

τ predstavlja kontinualni pomjeraj u vremenu u intervalu od $-\infty$ do ∞, pri čemu τ ne zavisi od *t.*

Traženje korelacije dva signala podrazumijeva tri koraka:

1. Pomjeranje jedne od funkcija u vremenu za τ
2. Množenje te pomjerene funkcije drugom funkcijom iste periode
3. Izračunavanje srednje vrijednosti tog proizvoda u toku jedne periode

$$R_{12}(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t)f_2(t+\tau)dt=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t)\left(\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_{n2}e^{jn\omega_0(t+\tau)}\right)dt=$$

$$=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_{n2}e^{jn\omega_0\tau}\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t)e^{jn\omega_0 t}dt=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_{n1}^{*}F_{n2}e^{jn\omega_0\tau}$$

Funkcija $R_{12}(\tau)$ je periodična funkcija po τ, sa periodom $T=2\pi/\omega_0$ i njen kompleksni spektar je proizvod $F_{n1}^{*}F_{n2}$. Stoga važi:

$$F_{n1}^{*}F_{n2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} R_{12}(\tau)e^{-jn\omega_0\tau}d\tau$$

$R_{12}(\tau)$ i $F_{n1}^{*}F_{n2}$ obrazuju Fourrierov transformacioni par. Ovaj stav se naziva ***teoremom o korelaciji*** periodičnih funkcija. Uvedena funkcija $R_{12}(\tau)$ se naziva ***korelaciona funkcija (unakrsna korelacija)***.

Posmatrajmo specijalan slučaj korelacije dva identična signala $f_1(t)=f_2(t)=f(t)$.

$$R_{11}(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)f(t+\tau)dt=\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n^* F_n e^{jn\omega_0\tau}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|F_n\right|^2 e^{jn\omega_0\tau}$$

Ovako definisana korelaciona funkcija se naziva ***autokorelaciona funkcija***. Njena vrijednost za $\tau=0$ je:

$$R_{11}(0)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f^2(t)dt=\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left|F_n\right|^2$$

što predstavlja analitički izraz za Parsevalovu teoremu.

Kako je $|F_n|^2$ snaga n-tog harmonika na jediničnom otporniku, veličina

$$S_{11}(n\omega_0)=\left|F_n\right|^2$$

se naziva ***spektar snage*** signala $f(t)$.

Shodno navedenim izrazima, dobija se:

$$R_{11}(\tau) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} S_{11}(n\omega_0) e^{jn\omega_0\tau}$$

Odnosno:

$$S_{11}(n\omega_0) = \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} R_{11}(\tau) e^{-jn\omega_0\tau} d\tau$$

Autokorelaciona funkcija $R_{11}(\tau)$ i spektar snage $S_{11}(n\omega_0)$ funkcije $f(t)$ čine Fourrierov transformacioni par.

Ovaj stav se naziva ***teorema o autokorelaciji periodičnih funkcija***.

Neke osobine autokorelacione funkcije $R_{11}(\tau)$:

- Iz izraza za spektar snage $S_{11}(n\omega_0)$ vidimo da on ne zavisi od početnog faznog stava pojedinih harmonika. Pošto je $S_{11}(n\omega_0)$ istovremeno i kompleksni spektar autokorelacione funkcije $R_{11}(\tau)$, to znači da ***sve periodične funkcije koje imaju iste amplitude harmonika, a međusobno se razlikuju po početnim faznim stavovima, imaju istu autokorelacionu funkciju***.

- $R_{11}(\tau)$ je ***periodična funkcija*** čija je perioda jednaka periodi funkcije $f(t)$, tj. $T=2\pi/\omega_0$.

- $R_{11}(\tau)$ je ***parna funkcija***, što se lako dokazuje:

$$R_{11}(-\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(t)f(t-\tau)dt=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}-\tau}^{\frac{T}{2}-\tau} f(x)f(x+\tau)dx=R_{11}(\tau)$$

Funkcija $R_{12}(\tau)$ nazvana je korelacionom funkcijom, a nekada se, da bi se istaklo da je riječ o dvije periodične funkcije istih perioda, za razliku od autokorelacione funkcije, ona naziva i ***unakrsnom (kroskorelacionom)*** funkcijom. Njen kompleksni spektar:

$$S_{12}(n\omega_0) = F_{n1}^{*} F_{n2}$$

se naziva spektrom ***unakrsne snage***.

Neke osobine kroskorelacione funkcije $R_{12}(\tau)$:

- Za kroskorelacionu funkciju bitan je redosled indeksa, tj. važi:

$$R_{12}(-\tau) = R_{21}(\tau)$$

kao i:

$$S_{21}(n\omega_0) = F_{n2}^{*} F_{n1} = S_{12}^{*}(n\omega_0)$$

- U opštem slučaju $S_{12}(n\omega_0)$ je kompleksna veličina za razliku od $S_{11}(n\omega_0)$ koja je uvijek realna veličina.

KONVOLUCIJA PERIODIČNIH SIGNALA

Ako imamo dva periodična signala $f_1(t)$ i $f_2(t)$ iste periode $T=2\pi/\omega_0$, tada se integral:

$$\rho_{12}(\tau)=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f_1(t)f_2(\tau-t)dt=\sum_{n=-\infty}^{\infty}F_{n1}F_{n2}e^{jn\omega_0\tau}$$

zove **konvolucija** signala $f_1(t)$ i $f_2(t)$. Lako se pokazuje da važi:

$$F_{n1}F_{n2}=\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}}\rho_{12}(\tau)e^{-jn\omega_0\tau}d\tau$$

Teorema o konvoluciji periodičnih funkcija:

Konvolucija $\rho_{12}(\tau)$ funkcija $f_1(t)$ i $f_2(t)$ i proizvod njihovih kompleksnih spektara $F_{n1}F_{n2}$ obrazuju Fourrierov transformacioni par.

Slično korelaciji i kod konvolucije imamo tri operacije:

1. Pomjeranje funkcije $f_2(t)$ u vremenu za τ i njeno preslikavanje simetrično u odnosu na ordinatnu osu
2. Množenje tako dobijene funkcije sa periodičnom funkcijom $f_1(t)$
3. Izračunavanje srednje vrijednosti tog proizvoda u toku jedne periode

Osobine konvolucije:

- Konvolucija periodičnih funkcija je periodična funkcija čija je perioda jednaka periodi signala $f_1(t)$ i $f_2(t)$, a njen kompleksni spektar je jednak proizvodu $F_{n1}F_{n2}$.

- Važi relacija:

$$\rho_{12}(\tau) = \rho_{21}(\tau)$$

HARMONIJSKA ANALIZA APERIODIČNIH SIGNALA

- Aperiodični deterministički signali mogu se opisati funkcijama koje su aperiodične u vremenskom domenu,tj. funkcijama za koje ne važi *f*(t)=*f*(t+T).
- Periodična funkcija izražena Fourrierovim redom može se smatrati aperiodičnom ako njena perioda teži beskonačnosti. Dakle:

$$f(t)=\sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n e^{jn\omega_0 t} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{jn\omega_0 t}\,\frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{\frac{T}{2}} f(\mu)e^{-jn\omega_0 \mu}\,d\mu$$

Kada $T\to\infty$: $\omega_0 \to d\omega$, $n\omega_0 \to \omega$ i $\sum \to \int$

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t}\,d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f(\mu)e^{-j\omega\mu}\,d\mu$$

Ovaj izraz predstavlja ***Fourrierov integral za aperiodičnu funkciju***, pri čemu je uslov za njegovu egzistenciju:

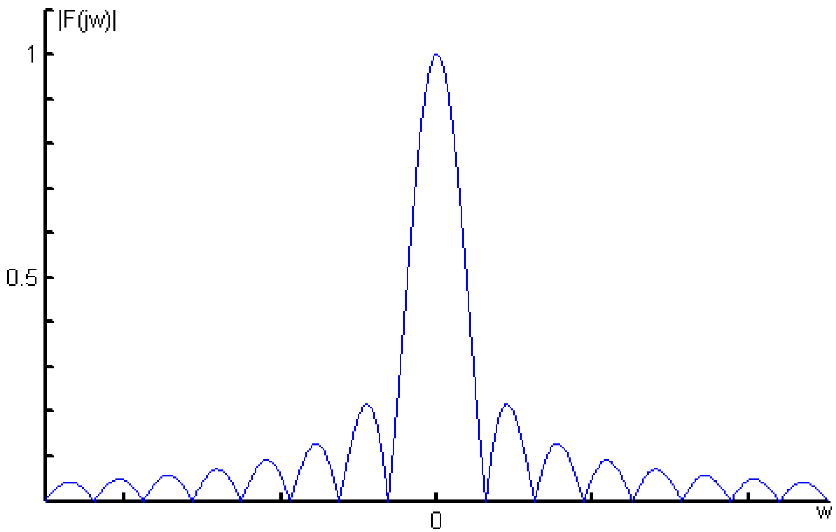
$$\int_{-\infty}^{\infty} |f(t)|\,dt < \infty \quad \text{ili} \quad \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)\,dt < \infty$$

Analogno predstavljanju periodične funkcije u obliku Fourrierovog reda, dobija se ***Fourrierov transformacioni par za aperiodičnu funkciju*** *f*(t)***:***

$$f(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$F(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}f(t)e^{-j\omega t}dt$$

F(jω) je ***Fourrierova transformacija aperiodične funkcije*** *f*(t), i ona je kontinualna funkcija učestanosti ω. Funkcija *f*(t), je ***inverzna Fourrierova transformacija funkcije*** F(jω).



$$F(j\omega)=|F(j\omega)|e^{j\theta(\omega)}$$

|F(jω)| - spektralna gustina amplituda aperiodičnog signala *f*(t), parna funkcija

θ(ω) - spektralna gustina faza aperiodičnog signala *f*(t), neparna funkcija.

Za razliku od periodičnih funkcija, ove dvije veličine za aperiodične funkcije su ***kontinualne***.

KORELACIJA APERIODIČNIH SIGNALA

Za dvije aperiodične funkcije $f_1(t)$ i $f_2(t)$ izraz:

$$R_{12}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) f_2(t+\tau)\, dt$$

se naziva ***korelacionom funkcijom*** aperiodičnih signala $f_1(t)$ i $f_2(t)$. Korelacija dva signala podrazumijeva tri koraka:

1. Pomjeranje jedne funkcije u vremenu za τ
2. Množenje te pomjerene funkcije drugom funkcijom
3. Izračunavanje integrala proizvoda takve dvije funkcije

Neka funkcije $f_1(t)$ i $f_2(t)$ imaju Fourrierove transformacije $F_1(j\omega)$ i $F_2(j\omega)$. Prema definiciji, njihova korelacija je:

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)\, dt \int_{-\infty}^{\infty} F_2(j\omega) e^{j\omega(t+\tau)}\, d\omega = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_2(j\omega) e^{j\omega\tau}\, d\omega \int_{-\infty}^{\infty} f_1(t) e^{j\omega t}\, dt$$

$$R_{12}(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F_1^*(j\omega) F_2(j\omega) e^{j\omega\tau}\, d\omega$$

Teorema o korelaciji aperiodičnih funkcija: Korelaciona funkcija $R_{12}(\tau)$ i proizvod $F_1^*(j\omega)F_2(j\omega)$ predstavljaju Fourrierov transformacioni par.

• Specijalni slučaj korelacije kada je $f_1(t)=f_2(t)=f(t)$: ***autokorelaciona funkcija*** aperiodične funkcije $f(t)$:

$$R_{11}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} f(t)f(t+\tau)dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F^*(j\omega)F(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega$$

$$R_{11}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} \left|F(j\omega)\right|^2 e^{j\omega\tau}d\omega$$

Kako je $|F(j\omega)|^2 = S_{11}(\omega)$ ***spektralna gustina energije*** aperiodičnog signala $f(t)$, to je:

$$R_{11}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_{11}(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega$$

$$S_{11}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} R_{11}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

Teorema o autokorelaciji aperiodičnih funkcija:
Spektralna gustina energije aperiodičnog signala $f(t)$ i autokorelaciona funkcija $R_{11}(\tau)$ obrazuju Fourrierov transformacioni par.

Kad je τ=0:

$$R_{11}(0) = \int_{-\infty}^{\infty} f^2(t)dt = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S_{11}(\omega)d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} |F(j\omega)|^2 d\omega$$

$$R_{11}(0) = \left[f_{eff}(t)\right]^2$$

čime se definiše ***Parsevalova teorema za aperiodične signale***. Pri tome je autokorelaciona funkcija parna:

$$R_{11}(\tau) = R_{11}(-\tau)$$

- Da bi se istakla razlika između autokorelacione funkcije i korelacije dvije različite funkcije, uvodi se pojam ***unakrsne korelacione funkcije***, a veličina:

$$S_{12}(\omega) = F_1^*(j\omega)F_2(j\omega)$$

se naziva ***spektralna gustina unakrsne energije***, ili ***spektar funkcije*** $R_{12}(\tau)$. Pri tome, važe relacije:

$$R_{21}(\tau) = R_{12}(-\tau)$$

$$S_{21}(\omega) = F_1(j\omega)F_2^*(j\omega) = S_{12}^*(\omega)$$

KONVOLUCIJA APERIODIČNIH SIGNALA

Izraz čiji je oblik:

$$\rho_{12}(\tau)=\int_{-\infty}^{\infty} f_1(t)f_2(\tau-t)\,dt=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega)F_2(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega$$

naziva se ***konvolucijom aperiodičnih funkcija*** f_1(t) i f_2(t) ili ***konvolucionim integralom.*** Konvolucija podrazumijeva sledeća tri koraka:

1. jedna od funkcija se pomjera u vremenu za τ i prelazi u lik simetričan u odnosu na ordinatnu osu
2. tako dobijena funkcija množi se drugom funkcijom
3. računa se integral njihovog proizvoda u neograničenom intervalu

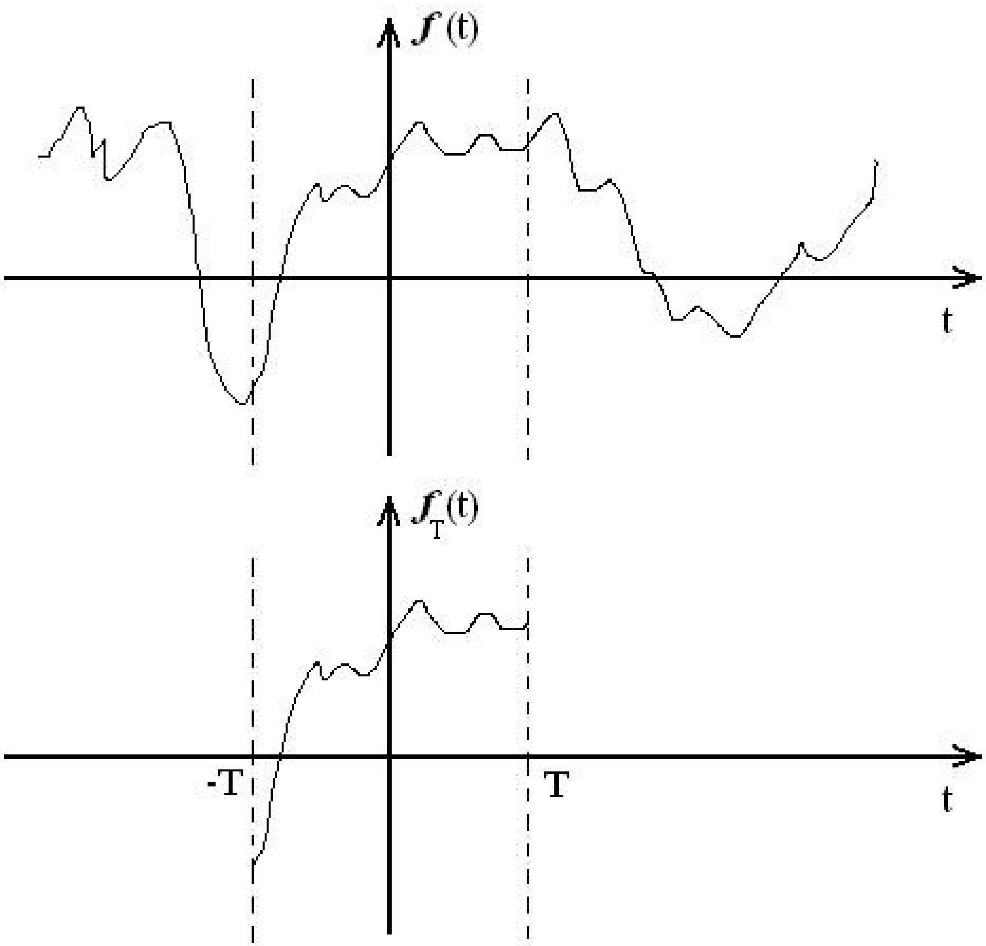
$$\rho_{12}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} F_1(j\omega)F_2(j\omega)e^{j\omega\tau}d\omega$$

$$F_1(j\omega)F_2(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\rho_{12}(\tau)e^{-j\omega\tau}dt$$

Teorema o konvoluciji aperiodičnih funkcija:
Konvolucija dvije aperiodične funkcije ρ_{12}(τ) i proizvod F_1(jω) F_2(jω) obrazuju Fourrierov transformacioni par.

ANALIZA SLUČAJNIH SIGNALA

Slučajne signale nije moguće opisati preciznim analitičkim izrazom u vremenu, pa nije moguće koristiti Fourrierovu analizu. Opisivanje ovakvih signala se vrši metodama teorije statistike.



Da bi izveli potrebne zaključke, posmatrajmo samo jedan dio koji se nalazi u intervalu (-T, T) jednog slučajnog signala:

$$f_T(t) = \begin{cases} f(t), & t < |T| \\ 0 & t > |T| \end{cases}$$

Ovako dobijena funkcija je aperiodična, ograničena, pa je njena Fourrierova transformacija:

$$F_T(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f_T(t) e^{-j\omega t} dt$$

$$F_T(j\omega) = \int_{-T}^{T} f_T(t) e^{-j\omega t} dt$$

Srednja snaga slučajnog signala služi kao parametar za njegovo opisivanje.

Definiše se na sledeći način:

- Za ograničenu funkciju $f_T(t)$ snaga se definiše kao:

$$P_{srT}=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f_T^2(t)dt$$

Kako je $f(t)=f_T(t)$ kada $T\to\infty$, to je:

$$P_{sr}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T}f_T^2(t)dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}F_T(j\omega)F_T^*(j\omega)d\omega$$

$$P_{sr}=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|F_T(j\omega)\right|^2}{2T}d\omega$$

Shodno prethodnim razmatranjima, ako označimo veličinu:

$$\lim_{T\to\infty}\frac{\left|F_T(j\omega)\right|^2}{2T}=S_{11}(\omega)$$

što predstavlja spektralnu gustinu srednje snage slučajnog signala $f(t)$, dobija se:

$$P_{sr}=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_{11}(\omega)d\omega$$

Autokorelaciona funkcija slučajnog signala:

$$R_{T11}(\tau)=\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f_T(t) f_T(t+\tau)dt=\frac{1}{2\pi}\frac{1}{2T}\int_{-\infty}^{\infty}\left|F_T(j\omega)\right|^2 e^{j\omega\tau}d\omega$$

Za granični slučaj kada T→∞:

$$R_{11}(\tau)=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2T}\int_{-T}^{T} f_T(t) f_T(t+\tau)dt=\lim_{T\to\infty}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|F_T(j\omega)\right|^2}{2T}e^{j\omega\tau}d\omega$$

Uz uvedenu oznaku za spektralnu gustinu srednje snage slučajnog signala *f*(t), važi:

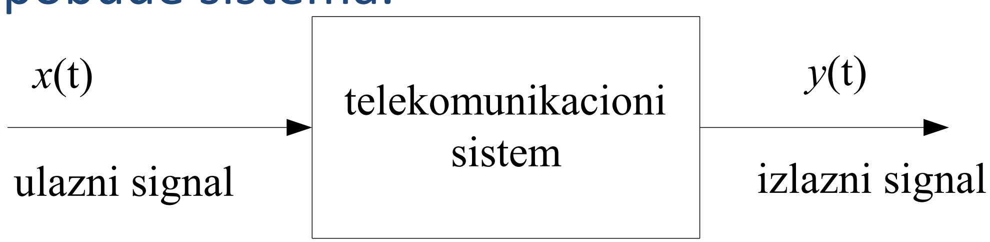
$$R_{11}(\tau)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}S_{11}(\omega)e^{j\omega\tau}d\omega$$

$$S_{11}(\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}R_{11}(\tau)e^{-j\omega\tau}d\tau$$

što predstavlja **Wiener-Hinchin**-ovu teoremu za slučajne signale: Autokorelaciona funkcija slučajnog signala i njena spektralna gustina srednje snage predstavljaju Fourrierov transformacioni par.

ULOGA I ZNAČAJ HARMONIJSKE ANALIZE DETERMINISTIČKIH SIGNALA

Osnovna uloga harmonijske analize je da se vremenska funkcija, koja opisuje signal, predstavi u domenu učestanosti podesno izabranim parametrima kako bi se omogućilo analitičko praćenje prenosa signala telekomunikacionim sistemima. Na taj način se stvaraju uslovi za utvrdjivanje nivoa tačnosti u prenosu signala, odnosno kvaliteta sa kojim se odredjenim sistemom prenose informacije. Eventualne promjene u signalu tokom njegovog prenosa se utvrdjuju na osnovu uporedjivanja signala na ulazu u sistem (pobuda) sa signalom na izlazu iz sistema (odziv). Upravo primjena harmonijske analize omogućava na relativno jednostavan način ovo uporedjenje, odnosno nalaženje medjusobnog odnosa odziva i pobude sistema.



Veliki broj sklopova telekomunikacionih sistema su po svom opštem karakteru ***linearne mreže sa konstantnim parametrima***:

- ***mreže sa konstantnim parametrima*** **-** mreže koje imaju osobinu da ako pobudnom signalu *x*(t) odgovara izlazni signal *y*(t), onda pobudnom signalu *x*(t+τ) odgovara izlazni signal *y*(t+τ). (Ove mreže se nazivaju i ***vremenski invarijantne mreže***).

- ***linearne mreže*** - mreže koje imaju osobinu da, ako se za pobudni signal x_i(t) dobija izlazni signal y_i(t), onda ulazni signal oblika:

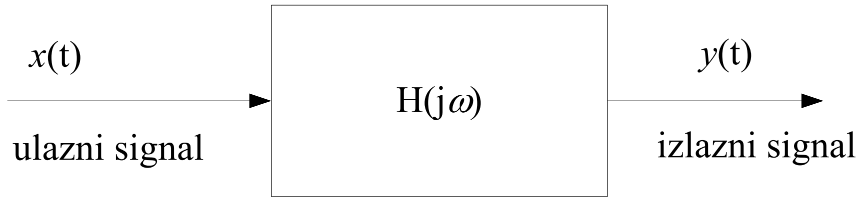
$$x(t)=\sum_{i=1}^{n} a_i x_i(t)=a_1 x_1(t)+a_2 x_2(t)+\ldots+a_n x_n(t)$$

dovodi do izlaznog signala oblika:

$$y(t)=\sum_{i=1}^{n} a_i y_i(t)=a_1 y_1(t)+a_2 y_2(t)+\ldots+a_n y_n(t)$$

Osnovna osobina linearnih mreža sa konstantnim parametrima je da se u njima ne generišu novi harmonici signala tokom prenosa, tj. sve promjene na prenošenom signalu se dešavaju na nivou njegovih amplituda i faza, ali ne i na nivou njegovih učestanosti.

Prenosna (transfer) funkcija linearnih mreža sa konstantnim parametrima:



$$H(j\omega) = |H(j\omega)| e^{j\chi(\omega)}$$

gdje se sa:

- $|H(j\omega)|$ modeluju promjene amplitude signala
- $\chi(\omega)$ modeluju promjene faze signala

Pri tome se odziv sistema (signal na njegovom izlazu) može naći u:

1. domenu učestanosti ili
2. domenu vremena

s tim što se u oba slučaja primjenjuje harmonijska analiza.

NALAŽENJE ODZIVA SISTEMA U DOMENU UČESTANOSTI

1) Ako je ulazni signal *x*(t) opisan nekom periodičnom vremenskom funkcijom složenog talasnog oblika, onda se Fourrierovom analizom može predstaviti Fourrierovim redom kao suma harmonika (prosto periodičnih funkcija-sinusoida):

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X_n e^{jn\omega_0 t}$$

Pošto za linearne mreže sa konstantnim parametrima važi zakon superpozicije, to se uticaj mreže na svaku sinusoidalnu komponentu može zasebno posmatrati. Drugim riječima, poznavanje funkcije prenosa H(jω), za sve odgovarajuće vrijednosti ω, omogućava da se pronađu spektralne komponente (harmonici) izlaznog signala.

$$Y_n = H(j\omega)X_n = H(jn\omega_0)X_n$$

$$y(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n e^{jn\omega_0 t}$$

2) Ako je ulazni signal opisan nekom aperiodičnom vremenskom funkcijom x(t), i Fourrierova transformacija ove funkcije je *X*(jω). Tada se signal *x*(t) može izraziti inverznom transformacijom svog kompleksnog spektra *X*(jω):

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

Izlazni signal u domenu učestanosti , odnosno njegov kompleksni spektar, se nalazi kao:

$$Y(j\omega) = H(j\omega) X(j\omega)$$

Na osnovu prethodnog, i poznavanja prenosne funkcije sistema, analitički izraz za izlazni signal u domenu vremena se dobija kao:

$$y(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H(j\omega) X(j\omega) e^{j\omega t} d\omega$$

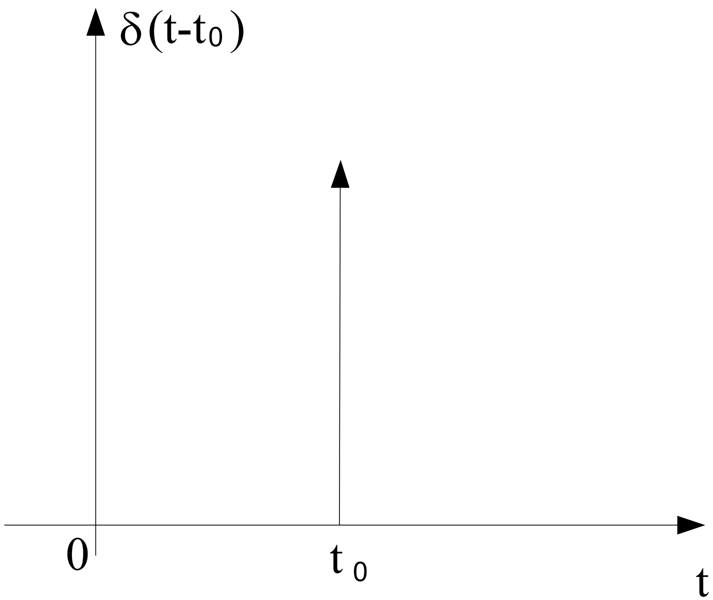
Zaključak: ako je poznat odziv linearne mreže sa konstantnim parametrima čitavom skupu sinusoidalnih pobuda svih mogućih učestanosti, tada se odziv te iste mreže na bilo koji drugi pobudni signal može jednoznačno odrediti.
Za obje klase determinističkih signala, periodične i aperiodične, zahvaljujući harmonijskoj analizi, proučavanje njihovog prenosa svodi se u suštini na poznavanje odziva mreže sinusoidalnoj pobudi, odnosno na poznavanje karakteristika mreže u stacionarnom režimu.

Odziv sistema u domenu učestanosti se nalazi na sledeći način:

1. **Definiše se pobuda u domenu učestanosti: X_n ili $X(j\omega)$**
2. **Odredi se proizvod funkcije prenosa sistema i spektra pobude ($H(j\omega)X_n$ ili $H(j\omega)X(j\omega)$) čime se dobija odziv u domenu učestanosti :Y_n ili $Y(j\omega)$**
3. **Inverznom Fourrierovom transformacijom određuje se analitički oblik izlaznog signala (odziva) u domenu vremena**

NALAŽENJE ODZIVA SISTEMA U DOMENU VREMENA

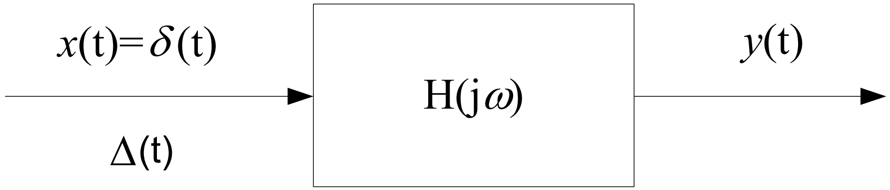
Transfer (prenosna) funkcija sistema H(jω) može da se definiše kao odziv sistema na pobudu u vidu Dirakovog (delta) impulsa:



$$\delta(t-t_0)=\begin{cases}\infty & t=t_0\\ 0 & t\neq t_0\end{cases}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t-t_0)dt=1$$

$$\Delta(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\delta(t)e^{-j\omega t}dt=1$$



$$Y(j\omega)=H(j\omega)\Delta(j\omega)=H(j\omega)$$

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$y(t)=h(t)$$

$$h(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(j\omega)e^{j\omega t}d\omega$$

$$H(j\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}h(t)e^{-j\omega t}dt$$

Zaključak: odziv linearne mreže *h*(t) impulsnoj aperiodičnoj pobudi u vidu delta funkcije i funkcija prenosa mreže H(jω) obrazuju Fourrierov transformacioni par.

h(t) se naziva ***impulsni odziv sistema***. Ukoliko je on poznat može se naći odziv mreže *y*(t) na bilo koju pobudu *x*(t).

$$y(t)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}H(j\omega)X(j\omega)e^{j\omega t}d\omega=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)e^{j\omega t}\int_{-\infty}^{\infty}h(\mu)e^{-j\omega\mu}d\mu d\omega$$

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\mu)d\mu\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}X(j\omega)e^{j\omega(t-\mu)}d\omega$$

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty}h(\mu)x(t-\mu)d\mu=\int_{-\infty}^{\infty}x(\mu)h(t-\mu)d\mu$$

Izlazni signal je ***konvolucija*** ulaznog signala i impulsnog odziva sistema!!!

OSNOVNE KARAKTERISTIKE SIGNALA KOJI PREDSTAVLJAJU REALNE PORUKE

1. SIGNAL GOVORA
- Opseg učestanosti od 300Hz do 3400 Hz usvojen je od strane CCITT-a (ITU) za standardnu širinu kanala za prenos govora.
- Opsezi (300-2400)Hz i (300-2700)Hz primjenjuju se u vezama redukovanog kvaliteta.

2. SIGNAL MUZIKE
-Propisana potrebna širina opsega za prenos muzičkog signala je 30-15000Hz.
-Postoje sistemi čija je širina opsega 50Hz-10 000Hz, ali je u njima kvalitet prenosa nešto lošiji.

3. SIGNALI PODATAKA I TELEGRAFSKI SIGNALI
-Spektar je povezan sa brzinom signaliziranja

4. TELEVIZIJSKI SIGNAL (SIGNAL POKRETNE SLIKE)
- Opseg koji zauzima video signal je od 10Hz do 5MHz